Lycée secondaire Bennane-Bodher — Année scolaire :2008/2009

Feuille d'exercices n°2

3^{eme} math — Mr :Bouhouch Ameur

Exercice n°1:

Dans un plan (P) ;on considère un rectangle ABCD tel que AB=2 et BC=1 (en cm)
Soit J le point du segment [CD] tel que CJ=0,5
(BJ) coupe (AC) en I et coupe (AD) en K.

I) 1) Faire une figure illustrant les données ci-dessus puis vérifier que AC=$\sqrt{5}$.

2) Calculer : $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CJ}$;

3) En déduire que (BJ)$\perp$(AC).

II)1) Calculer BJ et BI.

2) Calculer alors le produit scalaire $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BJ}$

3) Démontrer que $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{BC}=4$

Exercice n°2:

Une unité de longueur étant choisie, soit un triangle ABC telque : AB=8 ;AC=7 et BC=$9\sqrt{2}$.

1) Soit I le milieu du segment [BC].calculer IA.

2) Soit G le centre de gravité du triangle ABC.

a) Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=MI^2-\frac{81}{2}$.

b) En déduire que $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=3MG^2-\frac{211}{3}$;

c) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=\frac{14}{3}$.

3) La droite (AI) est muni du repère $(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AI})$

a) Montrer que pour tout point M du plan ; $2\overrightarrow{MA}^2-(MB^2+MC^2)=16\overline{OH}-81$
avec O =A*I et H le projeté orthogonal de M sur la droite (AI).

b) Déterminer l'ensemble (E') des points M du plan tels que : $2MA^2-MB^2-MC^2=-33$.

Exercice n°3 :

On donne un triangle ABC rectangle en B tel que : AC=2AB=2a >0
On pose I=A*C et J=B*C

1) a) Montrer que IA=IB=IC=a. en déduire que $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}a^2$

b) Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$; en déduire une mesure de l'angle $A\hat{C}B$.

2) a) Vérifier que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=MI^2-a^2$.

b) Déduire et construire l'ensemble $(\Gamma)=\{M\in P\ ;\ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=2a^2\}$.

Exercice n°4 : (*)

Soit un triangle ABC tel que : $A\hat{C}B = \frac{\pi}{4}$ et AC = BC $\sqrt{2}$.

Montrer (par deux méthodes différentes) que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice n°5:

Soient A(-1 ;2) ,B(1 ;1) et C(3 ;-1) trois points du plan muni d'un repère orthonormé $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1)a)calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ puis calculer cos($B\hat{A}C$).

b) les points A,B et C sont –ils alignés ?justifier.

2) Soit (Δ) la droite d'équation : 2x-y+1=0

a) Calculer la distance de A à (Δ).

b) soit (ξ) le cercle de centre I(1 ;2) et de rayon 5.

Etudier la position relative de (Δ) et (ξ).

3) Déterminer l'ensemble des points M(x ;y) tels que : $MA^2+MB^2=16$.

Exercice n°6: (**)

Dans le plan P ; on considère un triangle ABC tel que : AB= 4 ; AC=5 et BC= 6(unité :cm).

On pose : I= A ∗ B et J= B ∗ C.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\{AB^2+AC^2-BC^2\}$.

b) Calculer alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

2) Soit l'ensemble $(\xi)=\{M\in P \ ; MA^2+MB^2=61\}$

a) Vérifier que C $\in(\xi)$.

b) Rappeler le théorème de la médiane.

c) Déterminer et construire l'ensemble (ξ).

3) Soit $(\Gamma)= \{ M\in P \ ; MA^2-MB^2=-11\}$

a) Vérifier que C $\in(\Gamma)$.

b) Montrer que $M\in(\Gamma)$ signifie $2\,\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MI}=-11$.

c) Déduire que $M\in(\Gamma)$ signifie $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MC}=0$

d) Déterminer alors et construire l'ensemble (Γ).

4) (Γ) recoupe (ξ) en C'. Montrer que le triangle ACC' est isocèle.